

Mündliche Prüfung

bei Prof. Timo Weigand

Oktober 2015

Vorlesungen

Meine Vorlesungen waren QFT II (gehalten von Professor Weigand), und eine Vorlesung aus dem Erasmusjahr namens “Electroweak Gauge Theory”. Die Vorlesung aus Frankreich hatte einen relativ großen Überlapp mit QFT II, aber beinhaltete vor allem viele detailreiche Rechnungen zur spontanen Symmetriebrechung in der schwachen Wechselwirkung.

Prüfer

Mein Prüfer war Professor Timo Weigand. Auf Nachfrage betonte er im Vorgespräch, das es sehr wichtig sei, dass man auf die gestellten Fragen flüssig antworte und nicht ständig ins Stocken gerate. Auch werden kleine elementare Rechnungen abgefragt werden, die man flüssig ausführen können sollte. Die Struktur der Lagrangedichte sollte man natürlich beherrschen.

Er war sehr engagiert, mich zu prüfen, obwohl die Vorlesungen ähnlich waren. Der Beisitzer schrieb nur mit und stellte keine Frage.

Vorbereitung

Alles in allem hatte ich sechs Wochen Vorbereitungszeit. Ich arbeitete einmal das Skript durch, das Professor Weigand zu seiner Vorlesung mitgeliefert hatte. Den Übungszetteln schenkte ich nicht viel Beachtung, höchstens einfache Rechnungen wiederholte ich einmal.

Generell lernte ich jedoch sehr viel mit Büchern (was ich sehr empfehlen kann), namentlich Steven Weinberg: “Quantum Theory of Fields I + II”. Wenngleich sie nicht leicht zugänglich sind und in Rechnungen immer den allgemeinsten Fall behandeln (Indexchaos), findet man dort eine unglaubliche Dichte an QFT Wissen. Begleitend zur Vorlesung benutzte ich ebenfalls Peskin & Schröder. Eine Probeprüfung empfiehlt sich. Deshalb nicht die Sektion “Verlauf der Prüfung” selbst lesen, sondern jemand anderen finden, der die gleichen Fragen stellt. Das ist Neben der Stoffkenntnis das Wichtigste, weil man sich erst daran gewöhnen muss, flüssig Sachverhalte zu erklären.

Generell ist es wichtig, möglichst allgemein zu bleiben bei Erklärungen und erst auf Nachfrage in Details abzutauschen, weil man sich dort am schnellsten in Widersprüche verläuft. Außerdem kann man mit Details, die der Prüfer selbst nicht kennt, nicht punkten, weil er nicht weiß, ob sie korrekt sind oder nicht.

Selbst wenn man nicht direkt auf eine Antwort kommt, so kann man doch am besten in einer ähnlichen Richtung anfangen, zu erklären, und meistens kommt man während des Redens auf die Lösung und kann sie dann sagen.

Verlauf der Prüfung

Nicht selbst lesen! Lieber von einem Kommilitonen die Fragen stellen lassen.

Für das Folgende (speziell für die von mir gegebenen und jetzt noch einmal aus der Erinnerung rekonstruierten) Antworten übernehme ich keine Gewähr, und die Antworten waren auch nicht immer vollständig korrekt. Die Prüfung ging volle 60 Minuten. Professor Weigand gibt Stift und Zettel für Sachen, die man aufschreiben möchte.

1 *Was würden Sie als größte Herausforderung der Quantenfeldtheorie, so wie sie jetzt im Standardmodell vorliegt, bezeichnen?*

Erst Gestammel, warum genau drei Familien Quarks und Leptonen vorliegen. Dann macht es Klick: Eine renormierbare Quantentheorie der Gravitation finden (genau, was er hören wollte).

2 *Was ist das Problem dabei?*

Die Kopplungskonstante der gravitativen Wechselwirkung hat negative Massendimension.

3 *Welche?*

–2. Dadurch kann man nicht alle auftretenden Divergenzen mit endlich vielen counterterms auffangen.

4 *Wie hängt die Newtonsche Gravitationskonstante mit der Planckmasse zusammen? Ohne Vorfaktoren.*

$$M_{\text{pl}} = \frac{1}{\sqrt{G_{\text{N}}}}.$$

5 *Sie haben über Renormierung geredet. Was ist der Unterschied zwischen Regularisierung und Renormierung?*

Ich erkläre den Unterschied

6 *Welche Regulatoren kennen Sie?*

Dimensional regularization, Cut-off regularization und Pauli-Villars regularization. Ich erkläre jeweils, um was es sich dabei handelt.

7 *Das Standardmodell ist eine Eichtheorie. Was ist das?*

Ich erkläre, eine Theorie, die invariant ist unter der Transformation $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha(x)$.

8 *Welche der drei Varianten der Regularisierung könnte denn ein Problem darstellen für Eichinvarianz?*

Cut-off regularization.

9 *Wieso?*

Stocken. Professor Weigand hilft mir, in dem er sagt, ich solle die Transformation im Fourierraum aufschreiben. Dann hilft er mir auf die Sprünge, dass ich Transformationen genau am Cutoff anschauen soll. Ich komme darauf, dass wenn ich irgendwo abschneide, ich die Impulsmoden am Cutoff selbst nicht mehr transformieren kann, weil k_μ dort nicht existiert.

10 *Erklären Sie, was der "Superficial degree of divergence" ist und wie Sie ihn ausrechnen würden.*

Ich gebe die Antwort (wie aus seinem Skript) und erkläre, wie die Massendimension der Kopplung mit einspielt.

11 *Angenommen es würde eine Wechselwirkung der Form $g\bar{\psi}\psi\psi$ gefunden werden, wie würden Sie das interpretieren?*

Ich leite die Massendimension der Kopplungskonstante g her. Ich sage, diese sei nicht renormierbar, und erkläre, wie nicht-renormierbare Kopplungen im Zuge der Wilsonschen Theorie interpretiert werden, nämlich als Fluss von Kopplungen bei hohen Skalen, die bei niedrigen Skalen allerdings mit der hohen Massenskala unterdrückt sind, so dass die effektive Theorie nur noch renormierbare Teile enthält.

12 *Können Sie eine renormierbare Kopplung angeben, die bei niedrigen Skalen in diese 4-Fermionen Wechselwirkung übergeht?*

Ich nehme mir Zeit zum Überlegen. Ich male ein Diagramm mit zwei Fermionen, die an ein drittes Teilchen koppeln, und schreibe den Propagator hin: $\frac{1}{k^2+m^2}$. Ich zeichne den tree-level Prozess mit vier externen Fermionen und einem virtuellen Teilchen und sage für $k^2 \ll m^2$ geht das über in die 4-Fermionen-Wechselwirkung. Das virtuelle Teilchen muss entweder ein Skalar oder ein Vektorboson sein.

13 *Wie kann man das unterscheiden?*

Ich schreibe das Potential $V(r) = \frac{1}{r}e^{-mr}$, das durch diese Kopplung erzeugt wird, hin. Ich sage, wenn die Massen der Fermionen gleich wären, könnte man das nicht unterscheiden.

14 *Wie ist es mit der Anziehung?*

Ein skalares Feld bewirkt ein Potential, das nur in eine Richtung zeigt: anziehend. (Ich habe zugegeben, dass ich das nur geraten habe. Professor Weigand reichte aber schon, dass man in die Richtung gedacht hatte. Die Frage bezog sich schließlich auf QFT I.)

15 *Kann es auch ein Fermion sein, das an die anderen beiden Fermionen koppelt?*

Nein, weil dann die Kopplung nicht mehr renormierbar wäre. Er sagte, die Antwort gefiel ihm besser, als was er eigentlich hören wollte, nämlich dass der Fermionpropagator Massendimension -1 hat, was nicht mehr die Bedingung erfüllt, dass die niedrig-energetische Kopplung Massendimension -2 hat.

16 *Nun zum Standardmodell: Was ist das Standardmodell und was ist seine Eichgruppe? Was heißt SSB? Wie erhalten die Eichbosonen Masse (durch welche Terme in der Lagrangedichte)? Wie hängen sie von den Kopplungen ab? Warum ist ein Photon immer noch masselos? Was ist das schwerste der drei Eichbosonen? Welche Größenordnung haben ihre Massen?*

Ich gebe die Antworten: Skalarfeld in Dublett von $SU(2)$ minimal an Bosonen gekoppelt. Ich schreibe die ϕ^4 -Wechselwirkung für das Higgs hin, rede darüber, in welcher Darstellung der $SU(2)$ man es wählt, wie die Goldstone Bosonen verschwinden, dass die lineare Kombination der Generatoren, die dann das Photon erzeugen, nicht gebrochen ist und daher nach Goldstones Theorem der Eigenwert der Massenmatrix verschwindet.

17 *Wie kriegen die Fermionen ihre Masse?*

Ich erkläre die Yukawa Kopplung von Dublett-Skalar und Dublett-Fermion an Singlett-Fermion, erkläre wie der Vakuumerwartungswert als Dublett gewählt wird $(0, \frac{v}{\sqrt{2}})^T$ und wie dann die Terme entstehen.

18 *Wie hängt die Higgsmasse von den Parametern ab?*

Ich komme ins Stolpern und vergeige es ein wenig. Professor Weigand hilft mir: Schreiben Sie mal $\lambda(\phi^\dagger\phi - v)^x$ hin. Was ist x ? Ich sage 4, er guckt krumm, woraufhin ich erwidere "Oh Shit, natürlich 2". Dann sage ich, die Higgsmasse hängt noch von λ und v ab.

19 *Was ist eine anomale Symmetrie?*

Ich gebe die Antwort aus seinem Skript, rede über die Fujikawa Methode und erkläre, dass das Maß (measure) sich ändert, und dass $\partial_\mu \langle j^\mu \rangle_A \neq 0$.

20 *Was ist der anomale Term für die chirale Anomalie?*

(Ab jetzt bin ich bei den Antworten nicht mehr 100 % sattelfest, aber das waren die Antworten, die ich gegeben habe.)

Ich sage $\tilde{F}FA_{abc}$ und erläutere, was der Koeffizient A ist. Ich erkläre, worüber die Spur läuft. Dann rede ich über die "Triangle Diagrams", die die Anomalie ebenfalls erzeugen und zeichne sie hin.

21 *Wo sind die Ströme genau in den Triangles?*

Ich zeige auf die Ecken, weil das Diagramm ohne die Bosonen der time-ordered Korrelator von drei Strömen ist.

22 *Warum verschwinden genau die Anomalien für die $SU(2)$?*

Ich versuche mich rauszureden, dass eben die Spur der Generatoren verschwindet. Er will aber über eine Stelle im Skript reden, wo er etwas zum Thema chirale Darstellung geschrieben hat. (Dies ist die detailreichste Stelle in der Prüfung. Ich hatte aber nicht das Gefühl, dass er mich damit in die Pfanne hauen will. Er wollte viel mehr erklären und schauen, ob ich mitkomme.) Er drückt mich mit der Nase auf die Lösung, dass weil man drei Generatoren hat und diese bei komplexer Konjugation in ihr Negatives übergehen, die Koeffizienten verschwinden.

23 *Was ist die Anomalie in zwei Dimensionen?*

Ich sage uff, das weiß ich nicht. Er sagt langsam, überlegen Sie erstmal. Ich schreibe einen Epsilon Tensor hin, der nur zwei Indices hat und sage, den kann man mit nur einem F kontrahieren. Professor Weigand ist zufrieden.

24 *Schreiben Sie das Loop Diagramm analog zum Triangle hin. Was erzeugt die Anomalie hier?*

Ich zeichne ein Photon. Dann kann ich nur noch einen Kreis malen, um den Loop zu schließen. Eine Art Tadpole sozusagen.

25 *Wo ist jetzt die Insertion?*

Ich zeichne einen Punkt in den Loop. Den Anomaliekoeffizienten bezeichne ich mit $A_{ab} = \text{tr}(t_a t_b)$, was unter komplexer Konjugation $(-1) \cdot (-1) \text{tr}(t_a t_b)$ abgebildet wird, also nicht auf das Negative sondern auf sich selbst. Also ist die Anomalie in zwei Dimensionen vorhanden.

26 *Wie sieht es in sechs und acht Dimensionen aus?*

Ich sage, in sechs ist sie vorhanden, in acht nicht. (Das hatte ich nicht gelernt, aber im Prinzip steht das ebenfalls im Skript als allgemeine Formel, die sich aus dem Atiyah–Singer Index Theorem ergibt.)

27 *Was ist das strong CP Problem?*

Ich sage, man könnte im Prinzip nach Lorentzinvarianz, Eichinvarianz und Renormierbarkeit den Term $\propto \theta \tilde{F}F$ in die Lagrangedichte aufnehmen, welcher die CP Symmetrie verletzen würde. Man findet aber keine CP Verletzung in der Natur und θ ist nach Messungen extrem klein, was man nicht erklären kann.

28 *Warum ist $\theta \tilde{F}F$ CP verletzend?*

Ich sage ich weiß es nicht. Professor Weigand sagt machen wir kurz CPT. Ich wieder: Ja stimmt, unter CPT muss es invariant sein, deshalb guckt man sich die T-Transformation davon an. Wenn man ein Epsilon und 2 F hat, hat man genau einen 0 Index in den F und der geht auf sein negatives unter T, also muss der $\tilde{F}F$ -Term unter CP auch ein Minus bekommen.

29 *Warum stellt sich das Problem bei der $SU(2)$ elektroschwachen Theorie nicht?*

Ich komme nicht drauf.

30 *Was wäre, wenn die Quarks alle keine Masse hätten?*

Ich sage, dann kann man einfach eine chirale Transformation ausführen, welche natürlich eine Anomalie genau von der Form des CP-verletzenden Terms hervorruft, und man wählt die Quarkphasen so, dass sie effektiv genau den θ -Winkel auf null setzen. Redefinition von Phasen ist unphysikalisch, also muss dann $\theta = 0$ sein. Aber die Quarks haben kleine Massen ungleich null, weswegen man θ nicht so einfach wegeichen kann.

31 *Und in $SU(2)$?*

In dem Fall hat man masselose Quarks, kann die Transformation machen und den Winkel wegeichen. Danach wird dann spontan gebrochen und die Quarks haben Masse, aber da ist es dann egal.

Fazit

Professor Weigand war ein sehr fairer Prüfer, der sich an Inhalte aus seinem Skript hielt, der einem aber auch einige Fragen stellte, die Transferleistung erfordern. Einzelne Fragen gingen auch über den Stoff hinaus. Er legt es einem aber nicht negativ aus, wenn man etwas nicht genau weiß, besonders wenn er merkt, dass man in die richtige Richtung denkt.

Obwohl ich an der Darstellungstheorie bei den Anomalien etwas hing, meinte er, ich könne das mit dem Teil über den θ -Winkel kompensieren, der über das Vorlesungsvolumen hinausging.

Er bewertete meine Prüfung mit 1,0.